සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

35975

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2013 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2013 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2013

නව නිර්දේශය
புதிய பாடத்திட்டம்
New Syllabus

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

විභාග අංකය							

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
* **B කොටස**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටස, B කොටසට** උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ : 1	
පරීක්ෂා කළේ : 2	
අධීක්ෂණය කළේ :	

www.pastpaperlk.com

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n}(2r+1) = n(n+2)$ බව සාධනය කරන්න.

2. $\frac{2x+1}{3x-1} \geq 1$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.

www.pastpaperlk.com

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 2

[තුන්වෙනි පිටුව බලන්න.

3. සියලු $n \in \mathbb{Z}^{+}$ සඳහා අපරිමිත ශ්‍රේණියක පළමු පද n හි එකතුව $6-\frac{2^{n+1}}{3^{n-1}}$ මගින් දෙනු ලැබේ. මෙම ශ්‍රේණියෙහි n වෙනි පදය සොයා, ශ්‍රේණිය, අභිසාරී ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් බව පෙන්වන්න.

4. $a \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $\left(x+\frac{a}{x^{3}}\right)^{20}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයෙහි x වලින් ස්වායත්ත පදය $\frac{969}{2}$ වේ. a හි අගය සොයන්න.

www.pastpaperlk.com
< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 3

[හතරවෙනි පිටුව බලන්න.

35975

5. $\lim_{x \to 0} \dfrac{1-\cos x}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}} = \dfrac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

6. $\dfrac{d}{dx}\left\{x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right\} = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\int \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\,dx$ සොයන්න.

www.pastpaperlk.com

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 4

7. (3,1) ලක්ෂ්‍යයෙහි $x+2y+a=0$ සරල රේඛාව මත ප්‍රතිබිම්බය $\left(\frac{3}{5}, b\right)$ ලක්ෂ්‍යය වේ; මෙහි a හා b නියත වේ. a හා b හි අගයන් සොයන්න.

www.pastpaperlk.com

8. $x = 2\cos\theta$, $y = \sin\theta$, මගින් දෙනු ලබන වක්‍රය C යැයි ගනිමු; මෙහි θ යනු පරාමිතියකි. C වක්‍රයට $\theta = \frac{\pi}{4}$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ අභිලම්බයට, C වක්‍රය නැවත $\theta = \alpha$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහි දී හමුවේ. $2\sin\alpha - 8\cos\alpha + 3\sqrt{2} = 0$ බව පෙන්වන්න.

www.pastpaperlk.com

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 5

9. අරය 1 ක් වූ ද, කේන්ද්‍රය $x+y=0$ සරල රේඛාව මත වූ ද, C වෘත්තයක්, $x^2+y^2+4y+3=0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බ ව ඡේදනය කරයි. C හි කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

10. $\sin\theta = -\frac{1}{3}$ හා $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ නම්, $\sin 2\theta = \frac{4\sqrt{2}}{9}$ හා $\tan 2\theta = \frac{4\sqrt{2}}{7}$ බව පෙන්වන්න.

www.pastpaperlk.com

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2013 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2013 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2013

නව නිර්දේශය
புதிய பாடத்திட்டம்
New Syllabus

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (*a*) $f(x) = ax^3 + bx^2 - 11x + 6$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$(x-1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ නම් හා $f(x)$ යන්න $(x-4)$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය -6 නම්, a හා b වල අගයන් සොයන්න. $f(x)$ හි අනෙක් ඒකජ සාධක දෙකත් සොයන්න.

(*b*) α හා β යනු $x^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයේ මූල යැයි ද, γ හා δ යනු $x^2 + mx + n = 0$ සමීකරණයේ මූල යැයි ද ගනිමු; මෙහි $b, c, m, n \in \mathbb{R}$ වේ.

(i) b හා c ඇසුරෙන් $(\alpha - \beta)^2$ සොයා, **ඒ නයින්**, m හා n ඇසුරෙන් $(\gamma - \delta)^2$ ලියා දක්වන්න.

$\alpha + \gamma = \beta + \delta$ නම් $b^2 - 4c = m^2 - 4n$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(ii) $(\alpha - \gamma)(\alpha - \delta)(\beta - \gamma)(\beta - \delta) = (c - n)^2 + (b - m)(bn - cm)$ බව පෙන්වන්න.

$x^2 + bx + c = 0$ හා $x^2 + mx + n = 0$ සමීකරණවලට පොදු මූලයක් ඇත්තේ $(c - n)^2 = (m - b)(bn - cm)$ ම නම් පමණක් බව **අපෝහනය** කරන්න.

$x^2 + 10x + k = 0$ හා $x^2 + kx + 10 = 0$ සමීකරණවලට පොදු මූලයක් ඇත; මෙහි k යනු තාත්ත්වික නියතයකි. k හි අගයන් සොයන්න.

12. (*a*) සිසුන් 15 ක ශිෂ්‍ය සභාවක් විද්‍යා සිසුන් 3 දෙනකුගෙන්, කලා සිසුන් 5 දෙනකුගෙන් හා වාණිජ සිසුන් 7 දෙනකුගෙන් සමන්විත ය. ව්‍යාපෘතියක වැඩ කිරීම සඳහා මෙම ශිෂ්‍ය සභාවෙන් සිසුන් 6 දෙනකු තෝරා ගැනීමට අවශ්‍ය ව ඇත.

(i) සිසුන් 15 දෙනාම තෝරා ගැනීම සඳහා සුදුසු නම්,

(ii) කිසියම් සිසුන් දෙදෙනකුට එකට වැඩ කිරීම සඳහා අවසර නොමැති නම්,

(iii) එක් එක් විෂය ධාරාවෙන් සිසුන් දෙදෙනකු බැගින් තේරීමට අවශ්‍ය නම්,

මෙය සිදු කළ හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

ඉහත (iii) යටතේ තෝරා ගත් කණ්ඩායමක්, එම කණ්ඩායමෙහි විද්‍යා විෂය ධාරාවෙන් වූ සිසුන් දෙදෙනාට එක ළඟ වාඩි වීමට අවසර නොමැති නම්, වෘත්තාකාර මේසයක් වටේට වාඩි කළ හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

(*b*) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{3(6r+1)}{(3r-1)^2(3r+2)^2}$ හා $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $S_n = \sum_{r=1}^{n} U_r$ යැයි ගනිමු.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{A}{(3r-1)^2} + \dfrac{B}{(3r+2)^2}$ වන පරිදි A හා B නියතවල අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $S_n = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{(3n+2)^2}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

$\left| S_n - \dfrac{1}{4} \right| < 10^{-6}$ වන පරිදි වූ $n \in \mathbb{Z}^+$ හි කුඩාතම අගය සොයන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com

www.pastpaperlk.com

13. (*a*) $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු.

$\mathbf{Q}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q} = \lambda\mathbf{I}$ වන පරිදි වූ $\lambda \in \mathbb{R}$ හි අගය සොයන්න; මෙහි $\mathbf{Q}^{\mathrm{T}}$ යනු $\mathbf{Q}$ න්‍යාසයෙහි පෙරළුම වන අතර $\mathbf{I}$ යනු 2×2 ඒකක න්‍යාසය වේ.

ඒ නයින්, $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ න්‍යාසයෙහි ප්‍රතිලෝමය සොයන්න.

$\mathbf{A}$ යනු $\mathbf{AP} = \mathbf{PD}$ වන පරිදි වූ 2×2 න්‍යාසයක් යැයි ගනිමු; මෙහි $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ වේ.

$\mathbf{A}$ සොයන්න.

(*b*) $z = x + iy$ යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් යැයි ගනිමු; මෙහි $x, y \in \mathbb{R}$ වේ. z හි මාපාංකය $|z|$ හා z හි සංකීර්ණ ප්‍රතිබද්ධය $\bar{z}$ අර්ථ දක්වන්න.

$|z|^2 = z\bar{z}$ හා $z - \bar{z} = 2i\,\mathrm{Im}\,z$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $|z-3i|^2 = |z|^2 - 6\,\mathrm{Im}\,z + 9$ හා $|1+3iz|^2 = 9|z|^2 - 6\,\mathrm{Im}\,z + 1$ බව පෙන්වන්න.

$|z-3i| > |1+3iz|$ වන්නේ $|z| < 1$ ම නම් පමණක් බව **අපෝහනය** කරන්න.

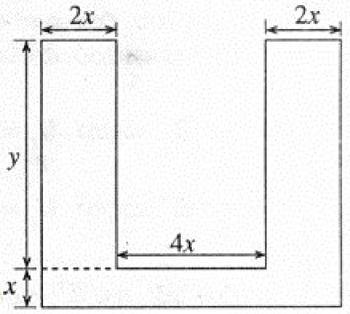
$|z-3i| > |1+3iz|$ හා $\mathrm{Arg}\,z = \frac{\pi}{4}$ අවශ්‍යතා සපුරාලන පරිදි වූ z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය ආගන්ඩ් සටහනක අඳින්න.

14. (*a*) $x \neq 1$ සඳහා $f(x) = \dfrac{x^2}{x^3 - 1}$ යැයි ගනිමු.

$x \neq 1$ සඳහා $f'(x) = -\dfrac{x(x^3+2)}{(x^3-1)^2}$ බව පෙන්වා, $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයට $(0, 0)$ හා $\left(-2^{1/3}, -\frac{4^{1/3}}{3}\right)$ හි දී හැරුම් ලක්ෂ්‍ය පවතින බව **අපෝහනය** කරන්න.

හැරුම් ලක්ෂ්‍ය හා ස්පර්ශෝන්මුඛ දක්වමින්, $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(*b*) මායිම සෘජුකෝණික ලෙස හමු වන සරල රේඛා ඛණ්ඩ අටකින් සමන්විත ගෙවත්තක් රූපසටහනෙහි දක්වේ. ගෙවත්තේ මාන මීටරවලින් එහි දක්වා ඇත. ගෙවත්තේ වර්ගඵලය $800\ \mathrm{m}^2$ බව දී ඇත. x ඇසුරෙන් y ප්‍රකාශ කර, මීටරවලින් මනින ලද ගෙවත්තේ පරිමිතිය P යන්න $P = \dfrac{800}{x} + 10x$ මගින් දෙනු ලබන බව ද, පරිමිතිය සඳහා වන මෙම සූත්‍රය වලංගු වන්නේ $0 < x < 10$ සඳහා පමණක් බව ද පෙන්වන්න.



ඒ නයින්, ගෙවත්තේ පරිමිතියෙහි අවම අගය සොයන්න.

www.pastpaperlk.com

15. (*a*) **කොටස් වශයෙන් අනුකලනය** භාවිතයෙන් $\int x^2 \sin^{-1} x \, dx$ සොයන්න.

(*b*) **භින්න භාග** භාවිතයෙන් $\int \frac{x^2+3x+4}{(x^2-1)(x+1)^2} dx$ සොයන්න.

(*c*) $a^2+b^2>1$ වන පරිදි $a, b \in \mathbb{R}$ යැයි ද,

$I = \int_0^{\pi/2} \frac{a+\cos x}{a^2+b^2+a\cos x+b\sin x} dx$ හා $J = \int_0^{\pi/2} \frac{b+\sin x}{a^2+b^2+a\cos x+b\sin x} dx$ යැයි ද ගනිමු.

$aI + bJ = \frac{\pi}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$bI - aJ$ සැලකීමෙන් I හා J හි අගයන් සොයන්න.

16. $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ සමීකරණය මගින් දෙනු ලබන S වෘත්තයෙහි කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක හා අරය සොයා, xy-තලය මත S වෘත්තයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

P යනු S වෘත්තය මත O මූලයෙහි සිට ඈතින් ම පිහිටි ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. P ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වා S වෘත්තයට P ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ ස්පර්ශක රේඛාව වන l හි සමීකරණය $x+y=2+\sqrt{2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

l රේඛාව ස්පර්ශ කරන S' වෘත්තයක්, S වෘත්තය P ගෙන් ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍යයක දී බාහිර ව ස්පර්ශ කරයි. (h, k) යනු S' වෘත්තයෙහි කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක යැයි ගනිමු. l රේඛාව අනුබද්ධයෙන් O හි හා S' හි කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සලකා බැලීමෙන්, $h+k<2+\sqrt{2}$ බව පෙන්වන්න.

S' හි කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක $h^2-2hk+k^2+4\sqrt{2}(h+k)=8(\sqrt{2}+1)$ සමීකරණය සපුරාලන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

17. (*a*) $\cos\alpha+\cos\beta-\cos\gamma-\cos(\alpha+\beta+\gamma) \equiv 4\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\beta+\gamma)\sin\frac{1}{2}(\gamma+\alpha)$

සර්වසාම්‍ය සාධනය කරන්න.

(*b*) $f(x)=2\sin^2\frac{x}{2}+2\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+4\cos^2\frac{x}{2}$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ යන්න $a\sin(x+\theta)+b$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $a(>0), b$ හා θ $\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

$1 \le f(x) \le 5$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

$-\frac{\pi}{6} \le x \le \frac{11\pi}{6}$ සඳහා $y=f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(*c*) $p>2q>0$ යැයි ගනිමු.

ABC ත්‍රිකෝණයක BC, CA හා AB පාදවල දිග පිළිවෙළින් $p+q, p$ හා $p-q$ වේ.

$\sin A - 2\sin B + \sin C = 0$ බව පෙන්වා $\cos\frac{A-C}{2} = 2\cos\frac{A+C}{2}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

* * *

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 9

www.pastpaperlk.com